

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»  
Педагогический институт  
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института



Т. И. Гущина  
«20» января 2021 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине Б1.О.23 Алгебра и теория чисел

Направление подготовки/специальность: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2018

Тамбов, 2021

**Автор программы:**

Кандидат физико-математических наук, доцент Панасенко Елена Александровна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «22» февраля 2018 г. № 125).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «11» января 2021 г. Протокол № 5

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Педагогического института, Протокол от «20» января 2021 г. № 3.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавра.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	15
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	20
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	21
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	22

## 1. Цели и задачи дисциплины

### 1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных  
 ПК-1 Способен проектировать предметную среду образовательных программ и их элементов и на основе этого осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов

### 1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- педагогический
- проектный

### 1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сфере: 01 Образование и наука (в сфере начального, общего, основного общего, среднего общего образования, профессионального обучения, профессионального образования, в сфере научных исследований)

### 1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Устанавливает связи между математическими идеями, теориями, дисциплинами, решает алгебраические задачи: знает основные методы решения типовых задач и умеет их применять на практике; аргументирует выбор метода решения задачи; составляет план решения задачи; графически иллюстрирует задачу; оценивает достоверность полученного решения задачи
- А/01.6 Общепедагогическая функция. Обучение	ПК-1 Способен проектировать предметную среду образовательных программ и их элементов и на основе этого осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов	Использует профессиональный математический язык, математическую терминологию; корректно представляет знания в математической форме; применяет разные способы представления математической информации (аналитический, графический, символический, словесный и др.); интерпретирует алгебраические знания

### 1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

№	Наименование	Форма обучения
---	--------------	----------------

п/п	дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Заочная (семестр)								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Возрастная психология		+							
2	Геометрия	+	+	+	+	+	+	+	+	
3	Математический и функциональный анализ	+	+	+	+	+	+	+	+	+

ПК-1 Способен проектировать предметную среду образовательных программ и их элементов и на основе этого осуществлять педагогическую поддержку и сопровождать обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и лично результатов

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения									
		Заочная (семестр)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Адаптационная дисциплина для инвалидов и лиц с ОВЗ "Основы микроэлектроники"										+
2	Геометрия	+	+	+	+	+	+	+	+		
3	Дифференциальные уравнения										+
4	Методика преподавания профильных дисциплин				+	+	+	+	+	+	
5	Методы математической физики						+				
6	Общая и экспериментальная физика			+	+	+	+	+	+	+	
7	Основы микроэлектроники										+
8	Основы наноэлектроники										+
9	Педагогическая практика							+	+	+	+
10	Тензорный анализ						+				

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Алгебра и теория чисел» относится к обязательной части учебного плана ОП по направлению подготовки ДС. Дисциплина «Алгебра и теория чисел» изучается в 3, 4, 5, 6 семестрах.

## 3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 13 з.е.

Заочная: 13 з.е.

Вид учебной работы	Заочная (всего часов)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>474</b>
Контактная работа	40
Лекции (Лекции)	16
Практические (Практ. раб.)	24
Самостоятельная работа (СР)	403
Экзамен	27
Зачет	4

### 3.2.Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		3	3	3	
3 семестр					
1	Введение в алгебру	1	2	21	Выполнение практических заданий
2	Решение систем линейных уравнений. Векторные арифметические пространства.	1	2	24	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
3	Матрицы	1	2	24	Выполнение практических заданий
4	Определители	1	2	24	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
4 семестр					
5	Теория делимости на множестве целых чисел	1	2	41	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
6	Теория сравнений	2	3	41	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
7	Алгебраические системы. Группы	1	3	41	Выполнение практических заданий
5 семестр					

8	Кольца и поля	2	1	32	Выполнение практических заданий
9	Кольцо многочленов от одной переменной	1	2	32	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
10	Корни многочленов	1	1	32	Выполнение практических заданий
6 семестр					
11	Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены	2	1	31	Выполнение практических заданий
12	Многочлены над полями комплексных и действительных чисел	1	2	30	Выполнение практических заданий
13	Многочлены над полем рациональных чисел	1	1	30	Выполнение практических заданий; Контрольная работа

### Тема 1. Введение в алгебру (ОПК-8)

#### Лекция.

Символика математической логики. Множества. Подмножества. Операции над множествами. Свойства. Декартово произведение. Отображения. Сюръективные, инъективные и биективные отображения. Композиция отображений. Обратное отображение. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Факторизация отображений. Отношение порядка. Перестановки. Мощность множества перестановок. Произведение перестановок. Степень перестановки. Цикловая структура перестановки. Четность и знак перестановки. Числа: натуральные, рациональные, действительные. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня  $n$ -ой степени комплексного числа.

#### Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

#### Задания для самостоятельной работы.

- 1 Различные способы доказательства математических утверждений.
- 2 Дедуктивные и индуктивные рассуждения.

- 3 Метод математической индукции.
- 4 Примеры использования метода математической индукции: вывод биномиальной формулы, доказательство утверждения о количестве подмножеств конечного множества.

## **Тема 2. Решение систем линейных уравнений. Векторные арифметические пространства. (ОПК-8)**

### **Лекция.**

Система линейных алгебраических уравнений. Однородные и неоднородные системы. Понятие решения. Совместные и несовместные системы. Равносильность систем. Элементарные преобразования. Применение метода Гаусса к исследованию и решению систем. Арифметическое векторное пространство  $R^n$ , свойства. Подпространства. Линейные комбинации. Линейная оболочка. Линейная зависимость и независимость арифметических векторов. Базис и размерность подпространства.

### **Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

#### **Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Решение системы двух уравнений с двумя неизвестными. Понятие определителя второго порядка.
- 2 Решение системы трех уравнений с тремя неизвестными. Понятие определителя третьего порядка.
- 3 Углубленное изучение материалов темы.
- 4 Решение задач.

## **Тема 3. Матрицы (ОПК-8)**

### **Лекция.**

Ранг системы векторов. Строчечный и столбцевой ранги матрицы. Ранг матрицы. Исследование системы линейных уравнений. Необходимое и достаточное условие совместности системы. Критерий единственности решения. Структура множества решений совместной системы. Общее решение однородной системы. Общее решение неоднородной системы. Линейные операции над матрицами: сложение матриц, умножение матриц на числа. Транспонирование матриц. Операция умножения матриц. Свойства операций над матрицами. Оценка ранга произведения матриц. Обратная матрица. Условие обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью прип. Использование обратной матрицы для решения систем уравнений.

### **Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

#### **Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Углубленное изучение материалов темы.
- 2 Решение задач.

## **Тема 4. Определители (ОПК-8)**

### **Лекция.**

Определитель  $n$ -ого порядка. Свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения матриц. Критерий невырожденности матрицы. Применение определителей к вычислению обратной матрицы. Формулы Крамера решения систем. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.

### **Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.



**Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Определители специальных матриц. Определитель Вандермонда.
- 2 Углубленное изучение материалов темы.
- 3 Решение задач.

**Тема 5. Теория делимости на множестве целых чисел (ОПК-8)****Лекция.**

Отношение делимости на множестве целых чисел и его свойства. Деление с остатком. Наименьшее общее кратное (НОК). Наибольший общий делитель (НОД). Простейшие свойства НОД и НОК. Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел. Использование алгоритма Евклида для доказательства свойств НОД и НОК. Взаимно простые числа. Определение и свойства простых чисел. Основная теорема арифметики. Мультипликативные функции. Функция Эйлера и ее свойства.

**Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

- 1 1. Определить, являются ли простыми числа 7469, 7470 и 7473.
- 2 2. Найдите НОД и НОК двумя способами: используя алгоритм Евклида; каноническое разложение.  
а) 6494 и 12606; б) 756, 1348 и 1760.
- 1 3. Докажите, что если  $p$  – простое, то  $p^2 - 5$  не делится на 8.
- 2 4. Докажите, что числа  $7k$ ,  $7k+4$ ,  $7k+5$  одновременно простыми быть не могут.
- 3 5. Найдите все  $p$  такие, что  $p$ ,  $p^2 - 6$ ,  $p^2 + 6$  являются простыми.
- 4 6. Числа  $p$  и  $2p+1$  простые ( $p > 3$ ). Докажите, что число  $4p + 1$  составное.
- 5 7. Найдите трехзначное число, если его произведение на 7 является кубом натурального числа.
- 6 8. Докажите теорему Дирихле для прогрессии

**Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Систематическая запись числа по основанию  $g^3 2$ .
- 2 Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена.
- 3 Теорема Дирихле.
- 4 Целая и дробная части числа. Разложение  $n!$  на простые множители.
- 5 Цепные дроби.
- 6 Углубленное изучение материалов темы.

**Тема 6. Теория сравнений (ОПК-8)****Лекция.**

Сравнения и их свойства. Множество классов вычетов. Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения с переменной. Сравнения первой степени и неопределенные уравнения. Системы сравнений первой степени. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни. Индексы по простому модулю. Основные свойства индексов. Применение индексов к решению сравнений. Двучленные сравнения по простому модулю; таблицы индексов и их применение. Понятие о степенных вычетах. Квадратичные вычеты и невычеты.

**Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

- 1 Найти остаток от деления: а) 1349 на 24; б) 379821 на 17; в)  $2530 + 3510 - 4$  на 28.
- 2 Решить сравнения, предварительно установив количество решений:

а)  $5x \equiv 2 \pmod{8}$ ; б)  $115x \equiv 85 \pmod{355}$ ; в)  $9x \equiv 3 \pmod{18}$ .

3. Для перевозки зерна имеются мешки по 60 и 80 кг. Сколько нужно тех и других мешков для перевозки 440 кг зерна?

4. Найти числа, которые при делении на 7, 13 и 17, дают в остатке 4, 9 и 1, соответственно.

5. Найти порядок числа 10 по модулю 77.

6. Найти порядок числа  $m-1$  по модулю  $m$ .

7. Доказать, что число 5 является первообразным корнем по модулю 7 и составить таблицу индексов по модулю 7.

8. С помощью индексов решить сравнение  $46x \equiv 7 \pmod{79}$ .

9. Решить двучленное сравнение  $23x \equiv 37 \pmod{41}$ .

### **Задания для самостоятельной работы.**

Изучить арифметические приложения теории сравнений:

- 1 Конечные систематические дроби.
- 2 Бесконечные систематические дроби.
- 3 Нахождение остатков при делении на заданное число.
- 4 Признаки делимости.

## **Тема 7. Алгебраические системы. Группы**

### **(ОПК-8)**

#### **Лекция.**

Бинарные операции на множествах. Свойства. Нейтральные и обратные элементы. Обратимые операции. Алгебраические системы. Гомоморфные и изоморфные отображения систем. Полугруппы. Подгруппы. Циклические группы. Отображения групп. Конечные группы. Таблицы Кэли ум групп. Теорема Кэли. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Фактор-группа по нормальному делителю. Теорема о гомоморфизме групп. Ядро гомоморфизма.

#### **Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

1. Доказать, что на некотором множестве бинарная операция, заданная формулой , некоммутативна, но ассоциативна.
2. Доказать, что действие, выполняемое по правилу , является коммутативной, но не ассоциативной операцией на .
3. Доказать, что:
  - а) изоморфно ; б) изоморфно .
4. Является ли множество чисел вида , где , группой относительно сложения (проверить все аксиомы группы)?
5. Является ли множество матриц вида , где , группой относительно умножения (проверить все аксиомы группы)?
6. Доказать, что множество целых степеней числа является подгруппой мультипликативной группы рациональных чисел, отличных от нуля. Является ли эта подгруппа циклической? Укажите все образующие элементы этой группы.
7. Доказать, что множество целых чисел, кратных числу , является подгруппой аддитивной группы целых четных чисел. Является ли эта подгруппа циклической? Укажите все образующие элементы этой группы.
- 1 8. Найти все подгруппы в аддитивной группе классов вычетов . Является ли эта группа циклической? Если «да», то укажите все образующие элементы этой группы.
  - а) ; б) ; в) ; г) ; д) .

**Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Изоморфизм циклических групп одного порядка. Верно ли, что любые две группы одного порядка изоморфны?
- 2 Группы самосовмещений правильного  $n$ -угольника, их циклические подгруппы.
- 3 Доказательство теоремы Кэли.
- 4 Углубленное изучение материалов темы.
- 5 Решение задач.

**Тема 8. Кольца и поля (ПК-1)****Лекция.**

Понятие кольца. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Типы колец. Делители нуля в кольце. Область целостности. Понятие поля. Свойства полей. Характеристика поля. Изоморфизмы полей. Примеры колец, полей. Кольцо классов вычетов. Поле  $\mathbb{Z}_p$ . Поле комплексных чисел. Геометрическое истолкование действий с комплексными числами.

**Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

1. Являются ли кольцами следующие системы. Если «да», то каковы свойства этих колец (коммутативность, наличие 1, целостность, является ли полем):
  - а) множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатель не делится на 5;
  - б) множество функций, определенных и дифференцируемых на всей числовой прямой с обычными операциями сложения и умножения;
  - в) множество вещественных ортогональных матриц второго порядка с обычным сложением и умножением матриц.
2. Может ли подкольцо поля не быть полем? Может ли быть полем подкольцо кольца, которое само не является полем?
3. Может ли подкольцо поля не быть полем? Может ли быть полем подкольцо кольца, которое само не является полем?
4. Двум соседним вершинам квадрата соответствуют конкретные комплексные числа. Найти комплексное число, соответствующее точке пересечения диагоналей.
5. Двум противоположным вершинам квадрата соответствуют конкретные комплексные числа. Найти комплексные числа, соответствующие двум оставшимся вершинам.

**Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Доказать, что в конечном кольце без делителей нуля есть 1.
- 2 Доказать, что делитель нуля в кольце не может быть обратимым элементом.
- 3 Доказать, что все обратимые элементы кольца с 1 образуют мультипликативную группу.
- 4 Доказать, что конечное целостное кольцо является полем.
- 5 Углубленное изучение материалов темы.

**Тема 9. Кольцо многочленов от одной переменной (ПК-1)****Лекция.**

Кольцо многочленов над целостным кольцом от одной переменной  $x$ . Алгебраическая и функциональная точки зрения на многочлен. Понятие алгебраического и трансцендентного элементов. Деление с остатком в кольце. Схема Горнера. Отношение делимости в кольцах. Неразложимые элементы кольца. Факториальные кольца. Условие однозначности разложения любого элемента кольца на простые множители. НОД и НОК в кольцах. Свойства НОД и НОК. Теорема о НОД и НОК в факториальных кольцах. Евклидово кольцо. НОД и НОК в евклидовых кольцах. Алгоритм Евклида. Факториальность кольца многочленов над полем. Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов в. Примитивные многочлены. Теорема Гаусса о содержании произведения многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна в кольце.

### Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

- 1 2. В кольце найдите НОД и НОК многочленов:
  - а) б)
- 1 3. С помощью алгоритма Евклида найдите линейное выражение НОД двух многочленов из :
  - а) б)
- 1 4. Разделите с остатком многочлен на :
  - а)
  - б)
- 1 5. С помощью схемы Горнера разложить многочлен по степеням и найти значения его производных в точке .
- 2 6. Найдите делитель , если известны делимое , частное и остаток в кольце :
  - а)
  - б)
- 1 7. Найдите значения и , при которых многочлен делится на многочлен :
  - а) б)
- 1 8. При каких значениях многочлен делится на ?
- 2 9. Используя схему Горнера, найдите
  - а) б)

### Задания для самостоятельной работы.

- 1 Поле отношений целостного кольца.
- 2 Поле рациональных дробей.
- 3 Простейшие дроби.
- 4 Углубленное изучение материалов темы.

## Тема 10. Корни многочленов (ПК-1)

### Лекция.

Корни многочленов. Теорема Безу. Кратные корни многочлена. Теорема о разложении многочлена на линейные множители. Следствия. Теорема об изоморфизме кольца многочленов кольцу полиномиальных функций. Дифференцирование в кольце многочленов. Производная  $n$ -ого порядка. Необходимое и достаточное условие кратности корня многочлена. Теорема о кратных неприводимых множителях многочлена. Следствия. Формулы Виета.

### Практическое занятие.

Некоторые типовые задания:

- Найдите рациональные корни многочлена
2. Разложите многочлен на множители
3. Решите уравнение:

4. Разложите многочлен на множители, неприводимые над полем :
5. Зная, что число является корнем многочлена , найдите остальные его корни:
6. Найдите нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий простой корень и двукратный корень
7. Разложите многочлен на множители, неприводимые над полем :
8. Проверьте, будет ли число корнем многочлена если корень, определите его кратность.

#### **Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Дискриминант многочлена.
- 2 Дискриминант многочлена, имеющего кратные корни.
- 3 Дискриминант многочлена третьей степени.

### **Тема 11. Кольцо многочленов от нескольких переменных.**

#### **Симметрические многочлены (ПК-1)**

##### **Лекция.**

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Теорема о целостности кольца . Однородные многочлены. Кольцо симметрических многочленов. Основная теорема о симметрических многочленах. Результат. Теорема о равенстве нулю результата двух многочленов. Результат многочленов, раскладывающихся на линейные множители.

##### **Практическое занятие.**

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

1. Выразить через элементарные симметрические многочлены
2. Найти значение симметрического многочлена от корней многочлена
3. Найти значение симметрического многочлена от корней многочлена
4. Вычислить , где - корни уравнения .
5. Пусть , – корни трехчлена , чему равно ?

#### **Задания для самостоятельной работы.**

- 1 Симметрические многочлены в комбинаторике. Многочлены Шура.
- 2 Комбинаторное описание многочленов Шура. Таблицы Юнга.
- 3 Соответствие Робинсона-Шенстеда-Кнута.

## Тема 12. Многочлены над полями комплексных и действительных чисел

### (ПК-1)

#### Лекция.

Алгебраически замкнутые поля. Основная теорема алгебры. Поле комплексных чисел. Геометрическое истолкование действий с комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня в поле комплексных чисел. Многочлены с комплексными коэффициентами. Многочлены с вещественными коэффициентами. Разложение многочлена на неприводимые множители в  $\mathbb{C}$ . Простейшие дроби над полями действительных и комплексных чисел. Уравнение третьей степени. Исследование корней уравнения третьей степени с действительными коэффициентами. Уравнение четвертой степени. Метод Феррари. Проблема локализации корней многочлена. Система полиномов Штурма. Теорема Штурма.

#### Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

1. Найти нормализованный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий:
  - а) простые корни  $\alpha_1, \alpha_2$  и корень  $\alpha_3$  кратности 2;
  - г) простой корень  $\alpha_1$ , корень  $\alpha_2$  кратности 2 и корень  $\alpha_3$  кратности 3.
2. Разложить на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$  многочлен:
  - а)  $x^4 - 5x^2 + 4$ ; б)  $x^4 - 1$ ; в)  $x^4 + 4$ ; г)  $x^4 - 4$ .
3. При каких значениях  $a$  многочлен  $x^3 + ax^2 + 1$  имеет кратный множитель?
4. Решите уравнение:
  - а)  $x^4 - 16 = 0$ ; б)  $x^4 - 1 = 0$ .
5. Найдите рациональные корни многочлена:
  - а)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ ; б)  $x^3 - 3x^2 + 2x$ .
6. Зная, что число  $\alpha$  является корнем многочлена  $x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ , найдите остальные его корни.
7. Определите значения буквенных коэффициентов многочлена  $x^3 + ax^2 + bx + c$  так, чтобы число  $\alpha$  было его корнем кратности не ниже 2.

#### Задания для самостоятельной работы.

1. Докажите, что конечное поле не может быть алгебраически замкнутым.
2. Найдите все многочлены третьей степени, неприводимые над полем  $\mathbb{R}$ .
3. Найдите все многочлены второй степени, неприводимые над полем  $\mathbb{R}$ .
- 1 4. Известно, что числа  $\alpha, \beta$  являются корнями многочлена  $x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ . Найдите многочлен, имеющий корнями числа:
  - 1  $\alpha, \beta$
  - 2  $\alpha, \alpha + \beta$
- 2 5. Известно, что числа  $\alpha, \beta$  являются корнями многочлена  $x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ . Найдите многочлен, имеющий корнями числа:
  - 1  $\alpha, \beta$
  - 2  $\alpha, \alpha + \beta$

## Тема 13. Многочлены над полем рациональных чисел (ПК-1)

#### Лекция.

## Тема 6. Теория сравнений

Решение задач

### Тема 7. Алгебраические системы. Группы

решение задач,

### Тема 8. Кольца и поля

Решение задач

### Тема 9. Кольцо многочленов от одной переменной

Решение задач

### Тема 10. Корни многочленов

Решение задач

### Тема 11. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены

Решение задач

### Тема 12. Многочлены над полями комплексных и действительных чисел

Решение задач

### Тема 13. Многочлены над полем рациональных чисел

Решение задач

## Контрольная работа

### Тема 2. Решение систем линейных уравнений. Векторные арифметические пространства.

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

### Тема 4. Определители

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам,.

### Тема 5. Теория делимости на множестве целых чисел

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

### Тема 6. Теория сравнений

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

### Тема 9. Кольцо многочленов от одной переменной

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам,

### Тема 13. Многочлены над полем рациональных чисел



Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

#### 4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета, экзамена

##### **Типовые вопросы зачета (ОПК-8, ПК-1)**

1. Отношение делимости в кольце целых чисел. Свойства отношения делимости.
2. Деление с остатком в кольце целых чисел. Теорема о возможности деления с остатком в кольце целых чисел.
3. Систематические числа. Теорема о представлении натуральных чисел в систематической записи.
4. Наименьшее общее кратное целых чисел. Теорема существования. Необходимое и достаточное условие того, что общее кратное является наименьшим.
5. Наибольший общий делитель целых чисел. Теорема существования. Необходимое и достаточное условие того, что общий делитель является наибольшим.
6. Ассоциативность операции вычисления НОД и НОК.
7. Связь между НОД и НОК двух чисел.
8. Алгоритм Евклида нахождения НОД.
9. Свойства НОД и НОК: дистрибутивность относительно умножения на число.
10. Теорема о представлении НОД двух чисел в виде их линейной комбинации.
11. Взаимно простые целые числа. Необходимое и достаточное условие взаимной простоты двух чисел. Свойства взаимно простых чисел.
12. Простые числа. Свойства простых чисел.

##### **Типовые задания для зачета (ОПК-8, ПК-1)**

1. Найти произведение матриц
2. Решить систему уравнений методом Гаусса
3. Найти определитель матрицы

##### **Типовые вопросы экзамена (ОПК-8, ПК-1)**

##### **Типовые вопросы для экзамена (1 семестр)**

1. Отображения. Сюръективные, инъективные и биективные отображения. Композиция отображений.
2. Обратное отображение. Свойства. Условия обратимости отображения.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений.
4. Отношение эквивалентности. Факторизация отображений.
5. Отношение порядка. Линейно и частично упорядоченные множества.

##### **Типовые вопросы для экзамена (2 семестр)**

1. Отношение делимости на множестве целых чисел и его свойства.
2. Деление с остатком.
3. Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел.
4. Понятие сравнения по заданному модулю. Свойства сравнений.
5. Теоремы Эйлера и Ферма.

##### **Типовые вопросы для экзамена (3 семестр)**

1. Алгебраические системы. Гомоморфные и изоморфные отображения систем.
2. Группы. Примеры групп. Подгруппы. Теорема о конечной подгруппе.
3. Циклические группы.
4. Конечные группы. Таблицы Кэли.
5. Определение кольца. Простейшие свойства колец. Гомоморфизмы колец. Подкольца.

6 Поле. Характеристика поля.

### Типовые задания для экзамена (ОПК-8, ПК-1)

#### Типовые задания для экзамена (1 семестр)

- 1 Определить порядок и знак заданной перестановки.
- 2 Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
- 3 Определить, является ли заданная система арифметических векторов базисом заданного подпространства.
- 4 Определить, является ли заданная матрица невырожденной. Если да, найти обратную.
- 5 Вычислить определитель.

#### Типовые задания для экзамена (2 семестр)

- 1 Найти НОД и НОК трех заданных чисел.
- 2 Вычислить функцию Эйлера для заданного числа.
- 3 Найти полную и приведенную системы вычетов по заданному модулю.
- 4 Решить заданное сравнение.
- 5 Решить систему сравнений.

#### Типовые задания для экзамена (3 семестр)

- 1 Определить, является ли заданная алгебраическая система группой.
- 2 Определить, является ли заданная группа циклической. Если да, найти все образующие элементы.
- 3 Определить, являются ли заданные группы изоморфными.
- 4 Выяснить, является ли заданная алгебраическая система кольцом, областью целостности, полем.
- 5 Разделить многочлен на многочлен с остатком.

#### 4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

##### Зачет

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«зачтено»	ОПК-8	Отлично устанавливает связи между математическими идеями, теориями, дисциплинами, решает алгебраические задачи: знает основные методы решения типовых задач и умеет их применять на практике; аргументирует выбор метода решения задачи; составляет план решения задачи; графически иллюстрирует задачу; оценивает достоверность полученного решения задачи.
	ПК-1	На высоком уровне использует профессиональный математический язык, математическую терминологию; корректно представляет знания в математической форме; применяет разные способы представления математической информации (аналитический, графический, символический, словесный и др.); интерпретирует алгебраические знания.
«не зачтено»	ОПК-8	Не устанавливает связи между математическими идеями, теориями, дисциплинами, не решает алгебраические задачи: не знает основные методы решения типовых задач и не умеет их применять на практике; не аргументирует выбор метода решения задачи; не составляет план решения задачи; графически не иллюстрирует задачу; не оценивает достоверность полученного решения задачи.

	ПК-1	Не использует профессиональный математический язык, математическую терминологию; некорректно представляет знания в математической форме; не применяет разные способы представления математической информации (аналитический, графический, символический, словесный и др.); не интерпретирует алгебраические знания.
--	------	---

Экзамен

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«отлично»	ОПК-8	Отлично устанавливает связи между математическими идеями, теориями, дисциплинами, решает алгебраические задачи: знает основные методы решения типовых задач и умеет их применять на практике; аргументирует выбор метода решения задачи; составляет план решения задачи; графически иллюстрирует задачу; оценивает достоверность полученного решения задачи.
	ПК-1	На высоком уровне использует профессиональный математический язык, математическую терминологию; корректно представляет знания в математической форме; применяет разные способы представления математической информации (аналитический, графический, символический, словесный и др.); интерпретирует алгебраические знания.
«хорошо»	ОПК-8	Хорошо устанавливает связи между математическими идеями, теориями, дисциплинами, решает алгебраические задачи: знает основные методы решения типовых задач и умеет их применять на практике; аргументирует выбор метода решения задачи; составляет план решения задачи; графически иллюстрирует задачу; оценивает достоверность полученного решения задачи.
	ПК-1	На достаточном уровне использует профессиональный математический язык, математическую терминологию; корректно представляет знания в математической форме; применяет разные способы представления математической информации (аналитический, графический, символический, словесный и др.); интерпретирует алгебраические знания.
«удовлетворительно»	ОПК-8	Удовлетворительно устанавливает связи между математическими идеями, теориями, дисциплинами, решает алгебраические задачи: знает основные методы решения типовых задач и умеет их применять на практике; аргументирует выбор метода решения задачи; составляет план решения задачи; графически иллюстрирует задачу; оценивает достоверность полученного решения задачи.
	ПК-1	На низком уровне использует профессиональный математический язык, математическую терминологию; корректно представляет знания в математической форме; применяет разные способы представления математической информации (аналитический, графический, символический, словесный и др.); интерпретирует алгебраические знания.
«неудовлетворительно»	ОПК-8	Не устанавливает связи между математическими идеями, теориями, дисциплинами, не решает алгебраические задачи: не знает основные методы решения типовых задач и не умеет их применять на практике; не аргументирует выбор метода решения задачи; не составляет план решения задачи; графически не иллюстрирует задачу; не оценивает достоверность полученного решения задачи.

	ПК-1	Не использует профессиональный математический язык, математическую терминологию; некорректно представляет знания в математической форме; не применяет разные способы представления математической информации (аналитический, графический, символический, словесный и др.); не интерпретирует алгебраические знания.
--	------	---

## 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

### 5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

### 5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств

### 5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);

- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

#### 5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Основная литература:

1. Бондарь, В. В., Роженко, О. Д., Смирнов, А. А., Скворцова, О. И. Высшая алгебра : учебное пособие (курс лекций). - Весь срок охраны авторского права; Высшая алгебра. - Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2018. - 154 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/92679.html>
2. Кашапова Ф. Р., Кашапов И. А., Фоменко Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра в задачах : Учебное пособие для вузов. - пер. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 128 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/454116>

3. Фоменко Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра. Элементы тензорной алгебры : Учебник и практикум для вузов. - Москва: Юрайт, 2020. - 121 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/454282>
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры : учебник. - 19-е изд., стер.. - СПб, М., Краснодар: Лань, 2013. - 432 с.

## 6.2 Дополнительная литература:

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру : [в 3-х ч.]. - М.: МЦНМО, 2009
2. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. - 3-е изд., испр. и доп.. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 463 с.
3. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учеб. пособие. - Минск: Вышэйшая школа, 1982. - 223 с.
4. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре, I и II. Основы алгебры. Линейная алгебра и геометрия. - Москва: Физматлит, 2007. - 263 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82941>
5. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре, III. Основные алгебраические структуры. - Москва: Физматлит, 2007. - 263 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82942>
6. Фаддеев Д.К. Сборник задач по высшей алгебре, 1977. - с.
7. Дураков, Б. К. Краткий курс высшей алгебры и аналитической геометрии : учебник. - Весь срок охраны авторского права; Краткий курс высшей алгебры и аналитической геометрии. - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2017. - 422 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/84222.html>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Операционная система "Альт Образование"

Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
2. Российская государственная библиотека. – URL: <https://www.rsl.ru>
3. Российская национальная библиотека. – URL: <http://nlr.ru>
4. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>

### **Электронная информационно-образовательная среда**

[https://auth.tsutmb.ru/authorize?response\\_type=code&client\\_id=moodle&state=xyz](https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz)

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.